

## Problème 376 – Les lettres du Toblerone

Niveaux : Deux versions : Cinquième et Terminale (Spécialité Maths)

Chapitres : Probabilités (Cinquième)

+ Combinatoire/Variables aléatoires/Loi binomiale (Terminale)

Inédit, publié le 17/04/2023



Qui n'a jamais goûté au Toblerone ? Cette barre de chocolat suisse est aujourd'hui un grand classique, facilement détectable par son iconique emballage jaune (pour la version « chocolat au lait »). La barre, elle, ressemble à 12 dents reliées, chacune étant assimilable à un prisme à base triangulaire. Sur ces dents, les lettres du mot « Toblerone » sont écrites, d'un côté et de l'autre. On se propose dans ce problème d'étudier ces lettres.

Les deux lettres écrites sur chaque dent, une sur la face avant et une sur la face arrière sont visibles sur le schéma en **Annexe**. On remarque une symétrie : on pourrait retourner la barre et inverser le rôle des faces avant et arrière : ainsi chaque dent a sa version jumelle. On remarque également que certaines faces avant ou arrière ne contiennent pas de lettres, notamment aux deux extrémités.

*Les deux problèmes proposés sont totalement indépendants.*

### Problème Niveau Cinquième

Pour son plaisir, Sandy, une collégienne, achète une barre de Toblerone et sépare les 12 dents, avant de les mélanger. Elle prend un premier morceau (c'est-à-dire une dent) au hasard.

*Tous les résultats issus de calculs de probabilités devront être exprimés sous la forme d'une fraction irréductible.*

- 1) Quelle est la probabilité que le premier morceau choisi contienne un T ? Ou qu'il contienne un E ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'il ne contienne aucune voyelle ?
- 3) On appelle A l'évènement : « Le morceau choisi par Sandy ne contient aucune lettre ». Calculer la probabilité de A pour ce premier morceau.
- 4) Le premier morceau que Sandy prend ne contient effectivement aucune lettre. Elle en prend alors un second. Répéter alors les questions 1), 2) et 3) pour le second morceau.

5) Le second morceau pris par Sandy ne contient encore à nouveau aucune lettre ! Que pourra-t-on dire de l'évènement A pour le troisième morceau ? Comment pourra-t-on alors qualifier cet évènement ?

### Problème Niveau Terminale (Spécialité Maths)

Samuel est un grand fan du Toblerone. Quand il attaque une barre, il la sort de son emballage et la mange au hasard, dent par dent, en prenant chaque morceau à gauche ou à droite de la barre, de manière totalement aléatoire, sans se soucier de savoir par quel bout il a commencé.

Dans ce problème, on regarde au bout de combien de morceaux mangés Samuel finit par prendre un morceau contenant la lettre E. On appelle  $X$  la variable aléatoire qui, à une barre de Toblerone commencée, associe le nombre total de morceaux mangés par Samuel au moment où il mange un premier morceau contenant la lettre E.

1) Quelles sont les valeurs possibles de  $X$  ? Justifier la réponse.

2) Calculer  $P(X = 3)$ .

3) a) Déterminer le nombre de manières possibles pour Samuel de ne manger un morceau avec la lettre E qu'au bout du 5<sup>ème</sup> morceau.

b) En déduire  $P(X = 5)$ , puis justifier que  $P(X = 4) = \frac{3}{8}$ .

4) On imagine que Samuel attaque de la même façon  $n$  barres de Toblerone. On appelle  $Y$  la variable aléatoire qui à ces  $n$  barres associe le nombre de barres où Samuel mange un premier morceau avec la lettre E qu'au bout du 4<sup>ème</sup> morceau.

a) Déterminer la nature et les paramètres de loi de probabilité suivie par  $Y$ .

b) Pour cette question,  $n = 10$ . Déterminer  $P(Y \geq 5)$  (arrondir au centième près).

5) A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur minimale de  $n$  pour que  $P(Y \geq 5) > 0,8$ .

### Annexe

